



## Type 2 Fuzzy Number를 가진 가우시안 커널 기반 비선형 SVM 프레임워크 및 구현

### Framework and Development of Gaussian Kernel based Nonlinear Support Vector Machine with Type 2 Fuzzy Number

김진배 · 이현수<sup>†</sup>  
Jinbae Kim and Hyunsoo Lee<sup>†</sup>

국립금오공과대학교 산업공학부  
School of Industrial Engineering, Kumoh National Institute of Technology

#### 요약

본 논문에서는 비선형 데이터를 구분하기 위하여 비선형 Support Vector Machine (SVM)을 고려한다. 비선형 SVM의 성능은 사용되는 커널 함수 및 이를 구성하는 파라미터에 의하여 크게 좌우된다. 대부분의 기존연구들이 이러한 파라미터들을 데이터를 통하여 단일 추정하여 사용하였고, 이는 분류기의 확장성 및 불확실성 표현력을 저하시키는 주된 요인으로 여겨졌다. 이에, 본 연구에서는 커널함수의 파라미터를 Type 2 Fuzzy Number (T2FN)으로 표현하고 이를 사용하는 비선형 SVM 프레임워크를 제시한다. 제시된 프레임워크는 비선형 SVM의 불확실성 표현력을 높여줌과 동시에, 데이터에 맞는 비퍼지화 알고리즘을 통하여 도출되는 결과의 객관성을 높이는 장점을 지닌다. 이를 증명하기 위한 수치모델로서, 가우시안 커널 타입의 비선형 SVM을 고려하고, 커널 함수의 파라미터를 T2FN으로 추정하여 설정한 입력데이터를 분류한 뒤 이를 기존 알고리즘과 비교한다. 제시된 프레임워크 및 내재된 알고리즘은 데이터를 통해 T2FN을 설정하고, 이를 통해 확장성 있는 비선형 커널 기반 SVM을 설계하는데 기여한다.

**키워드:** 비선형 서포트 벡터 머신, 커널 함수, 타입 2 퍼지 수, 구간 타입 2 퍼지 로직 시스템, 파라미터 추정

#### Abstract

In order to classify non-linearly aligned data, this paper considers an effective nonlinear support vector machine (SVM). The performances of a nonlinear SVM depends upon the used kernel functions and their parameters. Most of the existing research studies have estimated these parameters using point based estimations, these tendencies are considered as main obstacles decreasing the embedding uncertainties and the machine's extension-ability. In order to overcome these limitations, this research uses Type 2 Fuzzy Number (T2FN) and T2FN embedding nonlinear SVM framework. The proposed SVM framework incorporates more extended uncertainties as well as helps the robust data analyses using the suggested defuzzification algorithm. In order to show the effectiveness of the framework, numerical examples with Gaussian kernel function based nonlinear SVM are considered. Parameters in the used kernel function are estimated using T2FN and the classifications using the provided algorithm are analyzed. The provided framework and estimation methods contribute to the design of nonlinear SVM possessing more expandable uncertainties and analyzing abilities using T2FN.

**Key Words:** Nonlinear Support Vector Machine, Kernel Function, Type 2 Fuzzy Number, Interval Type 2 Fuzzy Logic System, Parameter Estimation

Received: May, 15, 2017  
Revised: Jun, 27, 2017  
Accepted: Jun, 30, 2017  
<sup>†</sup>Corresponding authors  
hsl@kumoh.ac.kr

## 1. 서론

비선형 분류를 위한 Support Vector Machine(SVM)에서 커널 함수(Kernel Function)의 사용은 입력 데이터를 보다 높은 차원의 특징 공간으로 맵핑 시켜 선형 하이퍼 평면으로 구분 가능케 한다. 이때 주로 사용되는 커널 함수로는 다항식 커널(Polynomial Kernel), 시그모이드 커널(Sigmoid Kernel), 가우시안 커널(Gaussian Kernel)등이 있다. 각 커널 함수들은 변환을 위한 고유 파라미터(Parameter)를 가지며, 이것은 입력 데이터 및 분류 문제의 성격과 특징에 맞추어 조정해 주어야 하는 하이퍼 파라미터(Hyper Parameter)이다.

본 연구에서는 이러한 커널 함수의 파라미터 추정에 초점을 맞추고, 기존 연구들에서는 간과했던 하이퍼 파라미터 추정에 확장성을 추가한 Type 2 Fuzzy Number (T2FN) 및 Interval Type 2 Fuzzy Logic System(IT2FLS)을 활용한다. 이를 위해 다양한 커널 함수들 중 가우시안

이 논문은 금오공과대학교 산업공학부 BK21 플러스 공학디자인 특화사업단의 지원을 받아 연구된 논문입니다.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

커널 함수를 예로 사용하여 그 파라미터를 IT2FLS를 적용하여 표현하고, 추정 신뢰도를 높이는 프레임워크를 제시한다.

이를 위해 다음 장에서는 비선형 SVM 및 T2FN, IT2FLS에 대한 기존 관련 연구 및 이론들을 살펴본다. 3장에서는 본 연구에서 제안하는 T2FN를 가진 비선형 가우시안 커널 기반 SVM의 설계 프레임워크를 기술하며, 4장에서는 수치실험을 통하여 제안된 프레임워크의 우수성을 보여준다. 이때, 본 연구에서 제시한 T2FN 기반의 가우시안 커널 함수를 사용한 SVM과 기존연구에서 보여주었던 단일 추정된 파라미터를 가진 SVM과의 비교를 통해 보다 높은 불확실성을 표현하는 하이퍼 파라미터의 사용 및 정량화된 추정이 유효함을 보여준다.

## 2. 배경 및 관련 연구

불확실성을 띄는 파라미터의 추정에는 문제의 성격에 따라 분산형과 모호성으로 구분하는데, 이 중 분산형 불확실성은 주로 확률 분포를 사용하고, 모호성에 기반 한 불확실성은 퍼지로지적에 기반 하여 모델링 된다.

분산형 불확실성을 다루는 기존 연구와 관련하여 Cho and Jung[1]은 태양광 발전 시스템을 일사량, 온도, 전력에 확률변수를 대응하여 파라미터를 추정하였다. 또한 Kim, Choe and Kim[2]은 부식 결함이 존재하는 상황에서 가스배관의 잔여수명을 예측하는 문제에서, 배관 파라미터의 불확실성을 해결하기 위해 확률적인 접근방법을 채택하였다. 이와 더불어 Han and Ko[3]의 실내 이동 로봇 위치 추정 문제에서 확률 기반 베이지안 필터 방법 중 하나인 확장 칼만 필터를 사용하는 방법과 최적화 기법을 사용하여 위치 추정 성능을 비교하였다. Kwon[4]은 순환형 뉴럴 네트워크(RNN)의 훈련과정에서 미분 계산이 필요 없는 칼만 필터를 사용하여 빠른 수렴속도와 추정 성능의 개선을 보여주었다. 동적인 환경 변화에 따라 파라미터의 업데이트를 위해 Choo and Lee[5]는 EM 알고리즘과 메타 휴리스틱 기법 중 하나인 하모니 서치 알고리즘을 이용하여 다이나믹한 파라미터 업데이트 프레임워크를 제안하였다.

모호성에 기반한 불확실성을 다루는 연구와 관련하여 Scholkopf, et al. [6]은 방사 기저 함수(Radial Basis Function), 가우시안 커널 함수, 서포트 벡터를 사용해 결정된 중심과 오류 역전파로 가중치를 갖는 하이브리드 시스템 등 세 가지 타입의 커널 함수를 사용하고 비교하였다. 다양한 활용예로서 Son, Park and Joo [7]는 기뢰 탐지 및 식별 분야에서 탐지 오차를 분류하기 위한 SVM을 설계하고, 활용하였으며, Park, Hwang and Bae [8]는 수중 표적에서 반사되는 신호의 식별을 위해 가우시안 커널 함수 기반 SVM을 사용하였다. 또한, Amari and Wu [9]는 SVM에 사용되는 커널 함수의 성능 향상을

위해 리만 기하학(Riemannian Geometry)를 활용하였고, 클래스 간의 분리가능성을 높이기 위한 다양한 방법을 제안하였다. 이러한 기존연구들에서 볼 수 있듯이, 비선형 SVM의 성능을 좌우하는 가장 주요한 요소는 커널 함수 및 관련된 파라미터 추정으로 볼 수 있다.

본 연구에서는 이러한 파라미터 추정 시 보다 높은 자유도의 불확실성을 갖도록 Type 2 퍼지 이론을 고려한 모호성 기반 파라미터 추정을 제안한다.

모호성을 띄는 불확실성을 효과적으로 제어하기 위해서 사용되는 퍼지 이론은 Type 1 퍼지 이론에서 간과 되었던 멤버십 함수의 불확실성을 다루는 Type 2 퍼지 이론으로 발전하여 Zadeh [10]에 의하여 1975년 제안되었다. Kim and Oh [11]는 불확실성을 효율적으로 다루는 방법으로 IT2FLS를 사용하였고, 이때 파라미터를 추정하기 위하여 휴리스틱 알고리즘인 군집최적화(Particle Swarm Optimization)을 사용하였다. 또한, Kim and Oh [12, 13]는 비선형 파라미터를 추정하는데 있어서 불확실한 정보를 다루는데 Type 1 퍼지 함수 보다 Type 2 퍼지 함수가 효율적임을 규명하였고, Type 2 퍼지 멤버십 함수의 중심을 추정하기 위하여 Fuzzy C-Means 방법을 사용하였다. 본 절에서는 보다 자세한 배경 및 관련 연구들을 살펴보고 기술한다.

### 2.1 Support Vector Machine with Kernel Function

기계 학습(Machine Learning)의 분야 중 하나인 SVM은 패턴 인식(Pattern Recognition)을 위한 지도 학습(Supervised Learning) 모델이며, 분류 문제를 위해 주로 사용한다.

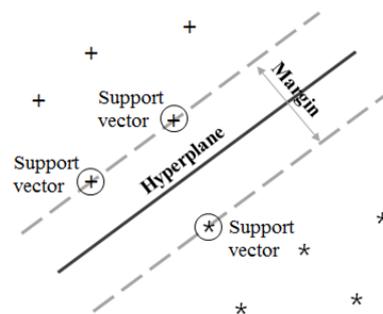


그림 1. 서포트 벡터와 마진  
Fig. 1. Support Vector and Margin

그림 1과 같이 학습 데이터들 중에서 결정 경계와 가장 근접한 데이터 사이의 거리를 마진(Margin)이라 하며, 결정 경계와 가장 가까운 거리에 위치한 데이터를 서포트 벡터[14]라고 한다.

SVM을 사용함에 있어서, 분류 하고자 하는 두 클래스가 비선형 분리 면을 갖게 되면, 커널 함수를 통한 분리 [15]가 가능할 수 있다. 즉, 그림 2와 같이 커널 함수를 사용하여 특정 공간에

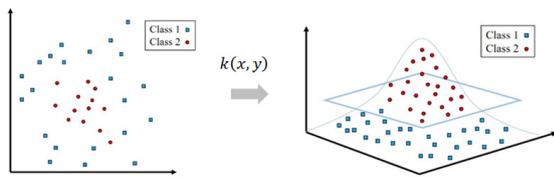


그림 2. 커널 함수를 사용한 2차원 공간 데이터의 3차원 공간 맵핑

Fig. 2. Mapping of two dimensional space data into three dimensional space using kernel function

주어진 학습 데이터를 기존 차원보다 높은 고차원의 공간으로 맵핑시켜 최대 마진을 가지는 하이퍼 평면을 구할 수 있다.

표 1은 주로 사용하는 커널 함수들을 보여준다. 각 커널 함수는 고유의 파라미터들을 가지는데, 이는 문제의 성격과 특징에 따라 추정되어야 하는 하이퍼 파라미터이다.

표 1. 커널함수의 종류  
Table 1. Types of Kernel Function

Linear Kernel	$k(x, y) = (x \cdot y)$
Polynomial Kernel	$k(x, y) = (x \cdot y + c)^d$
Sigmoid Kernel	$k(x, y) = \tanh(\theta_1 x \cdot y + \theta_2)$
Gaussian Kernel	$k(x, y) = \exp(-\frac{\ x - y\ ^2}{2\sigma^2})$

본 연구에서는 이들 중 가우시안 타입의 커널 함수에 기반을 둔 수치예제 및 분석을 보여준다.

### 2.2 Interval Type 2 Fuzzy Set

전 절에서 기술한 바와 같이, 대부분의 연구에서는 단일 추정된 하이퍼 파라미터를 기반으로 커널 함수를 확정짓고, 이를 SVM에 적용하였다. 본 연구에서는 보다 높은 불확실성 및 분석의 확장성을 표현하기 위하여 Type 2 퍼지 집합을 이용한다.

Type 2 퍼지 집합 (그림 3, 좌측)의 멤버십 함수는 일반적으로 두 개의 바운딩 함수인 상위 멤버십 함수(Upper Membership

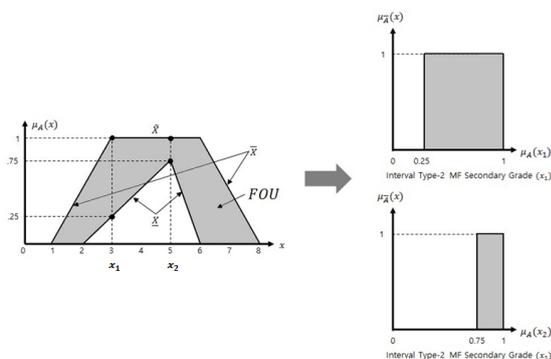


그림 3. Interval Type 2 퍼지 집합의 멤버십 함수  
Fig. 3. Membership Function of IT2FS

Function, UMF)  $\bar{x}$ 와 하위 멤버십 함수(Lower Membership Function, LMF)  $\tilde{x}$ 에 의해 표현되며, 이를 통해 1차 멤버십 함수 (Primary Membership Function)의 불확실성을 정량화한다. 두 바운딩 함수가 구성하는 영역은 불확실성이 포함된 부분으로 Footprint of Uncertainty(FOU)로 정의한다. 입력 값  $x_1$ 과  $x_2$ 에 대한 2차 멤버십 함수(Interval Type 2 Membership Function Secondary Grade)는 각 입력 값이 가지는 UMF와 LMF 그리고 Membership Degree의 값이 1인 영역 (그림 3, 우측)으로 표현할 수 있다. 이를 통해 보다 높은 불확실성을 가진 변수의 표현이 가능하다.

### 2.3 Interval Type 2 Fuzzy Logic System

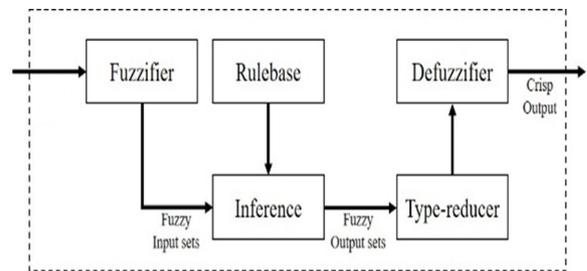


그림 4. Interval Type 2 퍼지 로직 시스템  
Fig. 4. IT2FL System

IT2FS에서도 일반적인 퍼지함수와 같이 최종 출력 값을 얻기 위해서 비퍼지화 (Defuzzification)과정을 거쳐야 한다. 타입 1 퍼지 함수의 경우, 설정된 알파컷( $\alpha$ -cut) 수준 및 비퍼지화 알고리즘을 통하여 출력 값을 결정하지만, IT2FS의 경우 그림 4와 같은 로직 [16]을 거쳐 처리된다.

#### 2.3.1 Fuzzification and Rule base Inference

커널 함수의 하이퍼 파라미터는 UMF와 LMF, 그리고 FOU를 가지는 Interval Type 2 퍼지 멤버십 함수를 통하여 표현된다. 이를 퍼지화 (Fuzzification)라 한다. 퍼지화를 통해 구간 기반의 IT2FN이 구성되면 추론과정을 거치게 되는데, 이때 규칙 기반(Rule base)의 추론을 실시하며, 식 (1)과 같은 N개의 규칙을 통해 IT2FN이 추론된다.

$$R^n: IF x_1 \text{ is } \tilde{X}_1^n \text{ and } \dots \text{ and } x_l \text{ is } \tilde{X}_l^n, THEN y \text{ is } Y^n \quad (1)$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

IT2FN의 멤버십 함수는 UMF인  $f^n$ 과 LMF인  $\tilde{f}^n$ 으로 구성되며, 최소값은 식(2)의 퍼지 연산을 통한  $F^n(x')$  및 t-norm 연산자 (\*)를 사용하여 구해진다. 이때  $\tilde{X}_i^n (i = 1, 2, \dots, l)$ 는 IT2FN이며,  $Y^n = [y^n, \tilde{y}^n]$ 은 중심 간격을 의미한다.

$$\begin{aligned}
 F^n(x') &= [\mu_{\underline{X}_1^n}(x'_1) * \dots * \mu_{\underline{X}_L^n}(x'_L), \\
 &\quad \mu_{\overline{X}_1^n}(x'_1) * \dots * \mu_{\overline{X}_L^n}(x'_L)] \\
 &\equiv [f^n, \bar{f}^n], n = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

**2.3.2 Type Reduction and Defuzzification**

규칙 기반의 추론과정을 통해 IT2FN에서 특정한 알파 수준에 맞는 값을 추정하기 위한 비퍼지화 (Defuzzification)를 위해서는 형 감소(Type Reduction)과정이 필요하다. 본 연구에서는 Kamik and Mendel [17]에 의해 제안된 KM 알고리즘을 통해 형 감소 및 비퍼지화를 실시한다. 이때 형 감소과정은 T2FN을 T1FN으로 변환하는 과정으로서 본 연구에서는 Center-of-sets type reducer (식 (3)-(5))을 사용한 형 감소를 실시한다.

$$Y_{\text{cos}}(x') = \bigcup_{\substack{f^n \in F^n(x') \\ y^n \in Y^n}} \frac{\sum_{n=1}^N f_n y^n}{\sum_{n=1}^N f_n} = [y_l, y_r]
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 y_l &= \min_{k \in [1, N-1]} \frac{\sum_{n=1}^k \bar{f}^n y^n + \sum_{n=k+1}^N f^n y^n}{\sum_{n=1}^k \bar{f}^n + \sum_{n=k+1}^N f^n} \\
 &\equiv \frac{\sum_{n=1}^L \bar{f}^n y^n + \sum_{n=L+1}^N f^n y^n}{\sum_{n=1}^R \bar{f}^n + \sum_{n=L+1}^N f^n}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 y_r &= \max_{k \in [1, N-1]} \frac{\sum_{n=1}^k f^n y^n + \sum_{n=k+1}^N \bar{f}^n y^n}{\sum_{n=1}^k f^n + \sum_{n=k+1}^N \bar{f}^n} \\
 &\equiv \frac{\sum_{n=1}^R f^n y^n + \sum_{n=R+1}^N \bar{f}^n y^n}{\sum_{n=1}^R f^n + \sum_{n=R+1}^N \bar{f}^n}
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

이때,  $L$ 과  $R$ 은 식(6), (7)으로 설정된다.

$$y^L \leq y_l \leq y^{L+1}
 \tag{6}$$

$$-R \leq y_r \leq -R+1
 \tag{7}$$

식(3)-(5)를 통해 구해진  $y_l$ 과  $y_r$ 은 식 (8)과 같이 평균치를 통해 비퍼지화 되어 최종 출력 값으로 설정된다.

$$y = \frac{y_l + y_r}{2}
 \tag{8}$$

**3. Interval Type 2 Fuzzy가 적용된 가우시안 비선형 커널 기반 SVM 프레임워크 및 수치예제**

본 연구에서 제안하는 Interval Type 2 퍼지가 적용된 가우시안 비선형 커널 기반 SVM을 위한 프레임워크는 그림 5와

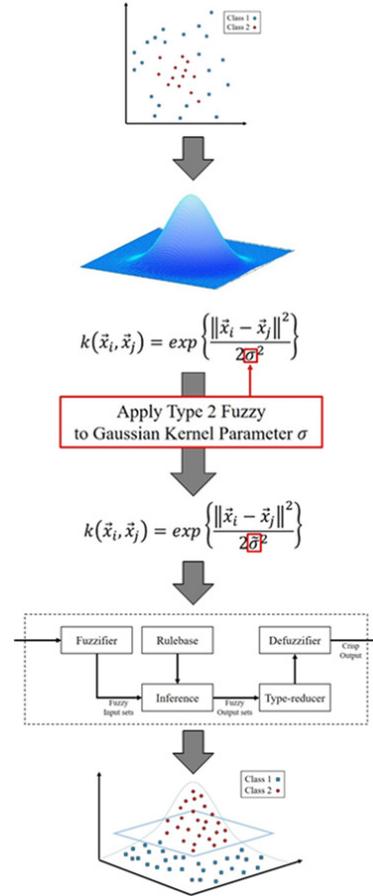


그림 5. IT2 퍼지가 적용된 가우시안 비선형 커널 기반 SVM 설계 프레임워크

Fig. 5. Framework of gaussian kernel based nonlinear SVM with Interval Type 2 Fuzzy Logic System

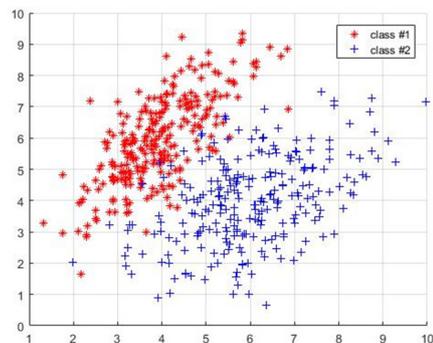


그림 6. 2차원 벡터 공간에 존재하는 데이터

Fig. 6. Data plot in 2-D vector space

표 2. 추론을 위한 T2FN 규칙  
Table 2. T2FN rules for estimation

Rules for estimation	UMF, LMF of Input value	Centroid Interval
$R^1: IF x_1 \text{ is } \tilde{X}_{11} \text{ and } x_2 \text{ is } \tilde{X}_{21}, THEN y \text{ is } Y^1$	$[\mu_{\underline{X}_{11}}(x'_1), \mu_{\bar{X}_{11}}(x'_1)]$ = [0.2, 0.45]	$Y^1 = [y^1, \bar{y}^1]$ = [0.9, 1]
$R^2: IF x_1 \text{ is } \tilde{X}_{11} \text{ and } x_2 \text{ is } \tilde{X}_{22}, THEN y \text{ is } Y^2$	$[\mu_{\underline{X}_{12}}(x'_1), \mu_{\bar{X}_{12}}(x'_1)]$ = [0.55, 0.8]	$Y^2 = [y^2, \bar{y}^2]$ = [0.5, 0.8]
$R^3: IF x_1 \text{ is } \tilde{X}_{12} \text{ and } x_2 \text{ is } \tilde{X}_{21}, THEN y \text{ is } Y^3$	$[\mu_{\underline{X}_{21}}(x'_2), \mu_{\bar{X}_{21}}(x'_2)]$ = [0, 0.2]	$Y^3 = [y^3, \bar{y}^3]$ = [0.5, 0.8]
$R^4: IF x_1 \text{ is } \tilde{X}_{12} \text{ and } x_2 \text{ is } \tilde{X}_{22}, THEN y \text{ is } Y^4$	$[\mu_{\underline{X}_{22}}(x'_2), \mu_{\bar{X}_{22}}(x'_2)]$ = [0.8, 1]	$Y^4 = [y^4, \bar{y}^4]$ = [0.9, 1]

같이 설명된다.

분류하고자 하는 비선형 경계를 가진 입력 데이터들이 그림 6 과 같이 2차원 벡터 공간에 존재한다고 가정하고, 가우시안 커널을 사용하여 SVM을 설계한다.

기존의 단일 추정 알고리즘을 사용해 가우시안 커널 함수의 파라미터  $\sigma$ 를 추정하여 그림 6의 데이터를 분류 하기 위한 SVM를 설계하면,  $\sigma = (0.7, 0.9)$ 에서 비교적 분류 오류가 적은 결정 경계가 찾아짐을 확인할 수 있다. 대부분의 연구는 이 파라미터를 조정한 반복 실험을 통하여 최적 SVM을 찾는 것에 반해, 본 연구에서는 IT2F를 적용하여  $\sigma$ 를 표현하고, 이를 내재화한 가우시안 비선형 커널 기반 SVM을 구성하여 분석한다. 즉, 가우시안 커널의 파라미터로 사용되는 분산  $\sigma$ 에 Interval Type 2 퍼지를 적용하여  $\tilde{\sigma}$ 로 표현하고 불확실성을 내재하고 이를 확장시킴으로써 추정의 신뢰도를 확보토록 한다. 본 연구에서는 식(9)과 같이 가우시안 커널 함수의 파라미터  $\sigma$ 에 Interval Type 2 퍼지를 적용하여 SVM을 설계 한다.

$$k(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x - y\|^2}{2\tilde{\sigma}^2}\right) \quad (9)$$

$\tilde{\sigma}$ 로 표현된 Interval Type 2 퍼지 변수는 그림 7과 같이 멤버십 함수를 가지도록 퍼지화 하여 Interval Type 2 퍼지 집합을 구성한다. 이때 퍼지 멤버십 함수들은 데이터를 통하여 도출된다.

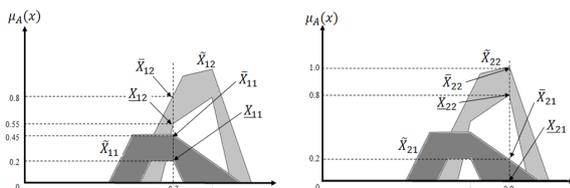


그림 7. Interval Type 2 퍼지 집합의 멤버십 함수와 입력 값  $x_1$ 과  $x_2$ 의 상위 멤버십 함수, 하위 멤버십 함수

Fig. 7. Membership function of IT2FS and UMF, LMF of input value  $x_1$  and  $x_2$

퍼지화된  $\tilde{\sigma}$ 는 입력값  $x' = (x_1, x_2) = (0.7, 0.9)$ 에서 UMF와 LMF를 가지게 된다. 구성된 멤버십 함수에서 입력 데이터를 통해 UMF와 LMF가 결정되면, 표 2와 같은 규칙을 기반으로 추론 과정을 시작한다.

표 2의 추론 규칙은 데이터 및 과거의 지식 등을 통하여 유도된다. 이와 같이 규칙이 수립되면 식(2)의 퍼지 연산 과정을 통해  $F^n(x') = [f^1, \bar{f}^1]$ 을 구한다. 아래는 각 규칙에 따라  $F^n(x') = [f^1, \bar{f}^1]$ 을 구한 수치 계산 과정을 보여준다.

$$\begin{aligned} R^1: [f^1, \bar{f}^1] &= [\mu_{\underline{X}_{11}}(x'_1) * \mu_{\underline{X}_{21}}(x'_2), \mu_{\bar{X}_{11}}(x'_1) * \mu_{\bar{X}_{21}}(x'_2)] \\ &= [0.2 \times 0, 0.45 \times 0.2] = [0, 0.09] \\ &\rightarrow [y^1, \bar{y}^1] = [0.9, 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^2: [f^2, \bar{f}^2] &= [\mu_{\underline{X}_{11}}(x'_1) * \mu_{\underline{X}_{22}}(x'_2), \mu_{\bar{X}_{11}}(x'_1) * \mu_{\bar{X}_{22}}(x'_2)] \\ &= [0.2 \times 0.8, 0.45 \times 1] = [0.016, 0.45] \\ &\rightarrow [y^2, \bar{y}^2] = [0.5, 0.8] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^3: [f^3, \bar{f}^3] &= [\mu_{\underline{X}_{12}}(x'_1) * \mu_{\underline{X}_{21}}(x'_2), \mu_{\bar{X}_{12}}(x'_1) * \mu_{\bar{X}_{21}}(x'_2)] \\ &= [0.55 \times 0, 0.8 \times 0.2] = [0, 0.16] \\ &\rightarrow [y^3, \bar{y}^3] = [0.5, 0.8] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^4: [f^4, \bar{f}^4] &= [\mu_{\underline{X}_{12}}(x'_1) * \mu_{\underline{X}_{22}}(x'_2), \mu_{\bar{X}_{12}}(x'_1) * \mu_{\bar{X}_{22}}(x'_2)] \\ &= [0.55 \times 0.8, 0.8 \times 1] = [0.44, 0.8] \\ &\rightarrow [y^4, \bar{y}^4] = [0.9, 1] \end{aligned}$$

규칙 기반의 추론과정을 통해 연산된  $F^n(x') = [f^1, \bar{f}^1]$ 과 중심 간격  $Y^n = [y^n, \bar{y}^n]$ 을 KM 알고리즘을 통해  $y_f$ 과  $y_r$ 을 구하는 형 감소 과정을 거치고, 최종적으로 이들의 평균을 구함으로써 출력 값을 얻게 된다.

아래는 KM 알고리즘을 통해 형 감소 과정과 더불어 평균을 통한 최종 출력 값을 얻는 과정을 보여준다.

$$y_l = \frac{\bar{f}^1 y^1 + \bar{f}^2 y^2 + \bar{f}^3 y^3 + \bar{f}^4 y^4}{\bar{f}^1 + \bar{f}^2 + \bar{f}^3 + \bar{f}^4}$$

$$= \frac{0.09 \times 0.9 + 0.45 \times 0.5 + 0.16 \times 0.5 + 0.44 \times 0.9}{0.09 + 0.45 + 0.16 + 0.44}$$

$$= 0.6859$$

$$y_r = \frac{\underline{f}^1 y^{-1} + \underline{f}^2 y^{-2} + \underline{f}^3 y^{-3} + \underline{f}^4 y^{-4}}{\underline{f}^1 + \underline{f}^2 + \underline{f}^3 + \underline{f}^4}$$

$$= \frac{0 \times 1 + 0.45 \times 0.8 + 0.16 \times 0.8 + 0.8 \times 1}{0 + 0.45 + 0.16 + 0.8}$$

$$= 0.9667$$

where,  $L = 3, R = 3$

$$y = \frac{y_l + y_r}{2} = \frac{0.6859 + 0.9667}{2} = 0.8263$$

다음 장에서는 이렇게 제시된 SVM 모델을 통해 실제 데이터를 분류하는 수치예제 및 분석 결과를 보여주며, 이를 통해 제안된 프레임워크의 유효성을 입증한다.

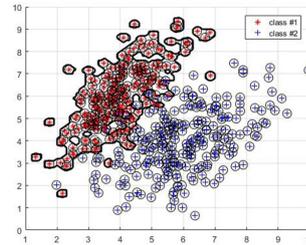
### 4. 구현 및 실험 결과 분석

본 연구에서 제안하는 T2FN를 가진 가우시안 비선형 커널 기반 SVM은 가우시안 커널 파라미터의 불확실성을 처리할 뿐만 아니라, 이를 확장시켜 기존 단일 추정을 통해 결여되었던 추정의 신뢰도를 확보하는 장점을 지닌다. 이를 수치적으로 증명하기 위하여, 비선형 데이터의 분류 예제에 적용하여 분석한다. 본 예제를 위한 입력 데이터의 개수는 각 250 (두 개의 클래스: +, \*) 로 총 500개이며, 전 절에서 기술한 바와 같이 그림 6과 같이 2 차원 벡터공간에 플로팅 된다.

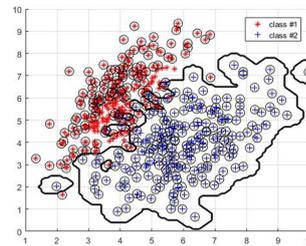
본 연구에서 고려하는 데이터들을 선형 SVM을 사용하여 분류하는 경우 높은 1종 오류 및 2종 오류를 가진다. 이를 해결하기 위하여 비선형 기반의 SVM이 적용되어야 한다. 본 연구에서는 이를 위해 가우시안 커널 기반의 SVM을 설정한다. 단일 추정된 분산 기반 가우시안 커널을 통해 설계한 SVM으로 분류한 결과는 그림 8과 같다.

그림 8 (a)~(j) 에서와 같이 각각  $\sigma = 0.1, \sigma = 0.2, \sigma = 0.3, \sigma = 0.4, \sigma = 0.5, \sigma = 0.6, \sigma = 0.7, \sigma = 0.8, \sigma = 0.85, \sigma = 0.9$  로 단일 추정된 SVM을 적용할 경우, 서포트 벡터의 개수가 450 개, 329개, 220개 등  $\sigma$  값이 작을 경우 데이터의 개수가 총 500개 인 것에 비해, 상당한 과 적합이 일어나는 것을 확인할 수 있다.

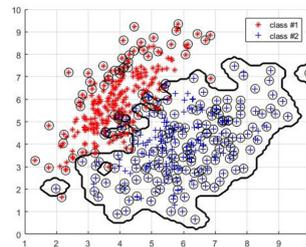
따라서, 분류 오차를 보다 면밀히 표현하기 위해서는 커널 함수의 파라미터 (가우시안 커널 함수의 표준편차)에 확장된 불확실성을 내재시키는 방법이 필요하다. 이를 위해 본 연구에서는 앞 절에서 설명한 T2FN가 적용된 가우시안 커널 기반 SVM을 통해 이를



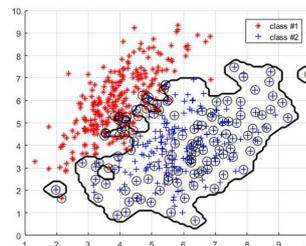
(a) SVM with  $\sigma = 0.1$



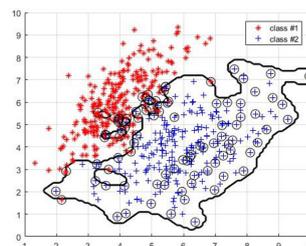
(b) SVM with  $\sigma = 0.2$



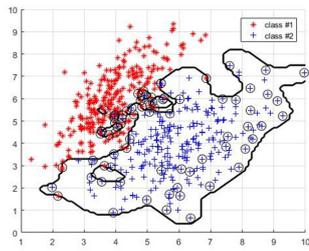
(c) SVM with  $\sigma = 0.3$



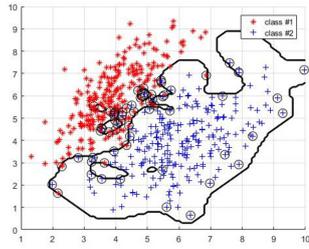
(d) SVM with  $\sigma = 0.4$



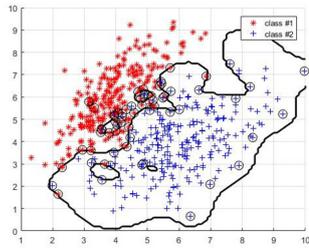
(e) SVM with  $\sigma = 0.5$



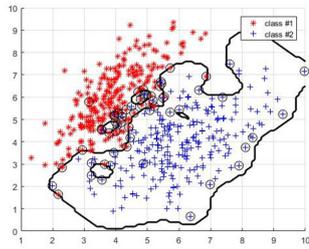
(f) SVM with  $\sigma = 0.6$



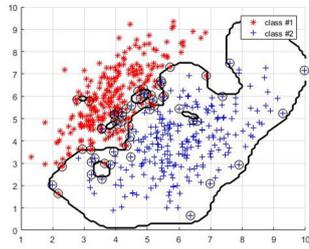
(g) SVM with  $\sigma = 0.7$



(h) SVM with  $\sigma = 0.8$



(i) SVM with  $\sigma = 0.85$



(j) SVM with  $\sigma = 0.9$

그림 8. 가우시안 커널 기반 SVM을 사용한 분류  
Fig. 8. Classification using Gaussian Kernel based SVM

해결한다.

앞서 3장에서 기술한 수치 계산과 같이 가우시안 커널 함수의

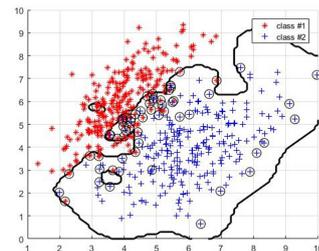


그림 9. T2FN이 적용된 가우시안 커널 기반 SVM을 사용한 분류  
(파라미터  $\sigma = 0.8263$ )

Fig. 9. Classification using Gaussian Kernel based SVM with T2FN  
(Parameter  $\sigma = 0.8263$ )

파라미터에 T2FN을 적용하고, 이를 다시 IT2FLS를 거쳐 추정된 파라미터의 평균값( $\sigma = 0.8263$ )를 사용하면 그림 9와 같은 분류 결과를 얻을 수 있게 된다. 이때 서포트 벡터의 개수는 62개로 앞서 분류한 SVM과는 다르게, 과 적합하지 않은 서포트 벡터가 선정되고, 보다 완만한 결정 경계가 찾아지는 것을 확인할 수 있으며, 분류 오차 또한 1.8% 수준으로 기존 추정법과 차이가 나지 않은 성능을 가지는 것으로 분석된다. 더불어, 알파벳 수준을 바꾸어 봄으로서 한 개의 SVM모델에서 다양한 분류가 이루어짐을 확인할 수 있다. 표 3과 그림 10은 수치실험의 환경 및 조건, 실험결과 등을 보여준다.

표 3. 실험 환경, 조건 및 분석 결과

Table 3. Experimental environment, condition and results

Experimental Environment				
CPU	inter core i5-6200U			
Memory	DDR3L 8G			
OS	windows 10 64bit			
Graphic	Intel(R) HD Graphics 520			
Experimental Condition				
Number of Data	500			
Class Label	(+, *)			
Estimation Type	Parameter Value	Classification Error Rate(%)	Classification Speed(sec)	Number of Support Vector
Single Estimation	$\sigma = 0.1$	0.0%	12.2	450
	$\sigma = 0.2$	0.0%	10.3	329
	$\sigma = 0.3$	0.0%	8.3	220
	$\sigma = 0.4$	0.0%	6.9	123
	$\sigma = 0.5$	0.0%	5.4	92
	$\sigma = 0.6$	0.6%	4.9	76
	$\sigma = 0.7$	1.4%	4.6	65
	$\sigma = 0.8$	1.6%	4.6	64
	$\sigma = 0.85$	1.8%	4.5	61
T2FN Estimation	$\sigma = 0.8263$	1.8%	4.5	62

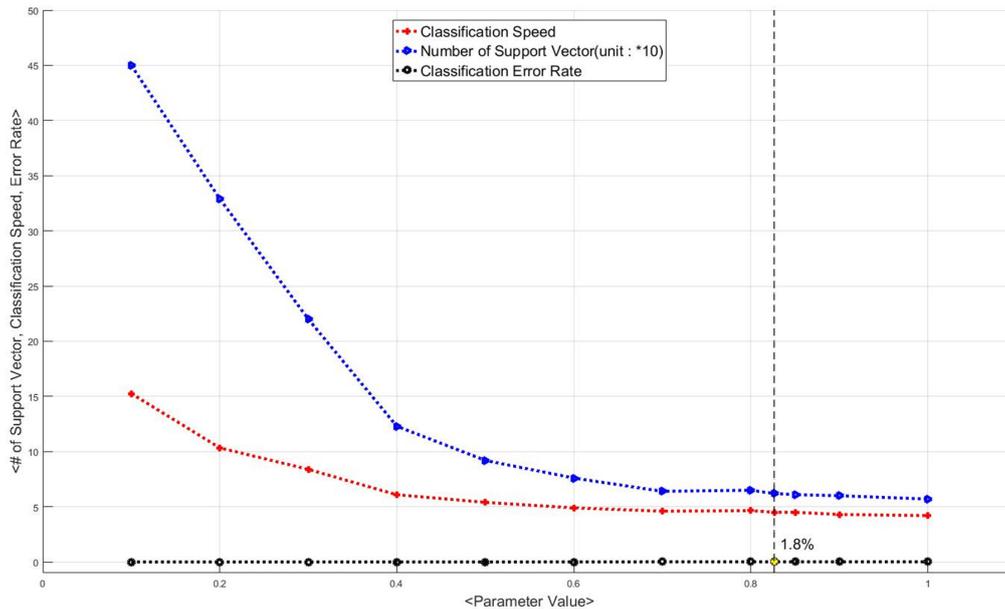


그림 10. T2FN이 적용된 가우시안 커널 기반 SVM을 사용한 분류 실험 결과  
 Fig. 10. Classification Result using Gaussian Kernel based SVM with T2FN

### 5. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 비선형 분류를 위해 커널 함수를 사용한 SVM을 설계할 때, 이를 구성하는 커널 함수의 확장성에 초점을 둔다. 비선형 SVM의 성능을 좌우하는 커널 함수 내 하이퍼 파라미터의 불확실성을 고려하고, 확장 가능하도록 T2FN을 사용하여 SVM 모델이 가지는 표현력을 높이고, 추정 신뢰도를 확보한다. 기존연구의 SVM설계에 주로 사용된 커널 함수들은 단일 추정된 파라미터를 사용하거나, 이러한 추정을 반복하여 확장성 있는 분석결과가 얻어지었던 반면, 본 연구에서는 T2FN를 적용하여 멤버십 함수를 구성하고 이를 T2FLS를 사용하여 정량적으로 추정함으로써 분석의 신뢰성 및 분류의 신뢰도를 확보하였다.

향후 연구 과제로는 사용된 T2FN을 보다 자세하게 묘사하기 위한 비선형 멤버십 함수 모델링 및 다양한 커널 함수로의 적용이 고려된다.

### References

[1] Hyun-cheol Cho and Young-jin Jung, "Probabilistic Modeling of Photovoltaic Power Systems with Big Learning Data Sets", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 23, no. 5, pp 412-417, 2013.

[2] Seong-Jun Kim, Byung-hak Choe, and Woo-sik Kim, "A Prediction Method of the Gas Pipeline Failure Using In-line Inspection and Corrosion Defect Clustering", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 24, no. 6, pp 651-656, 2014.

[3] Jun-hee Han and Nak-yong Ko, "An Optimization Approach for Localization of an Indoor Mobile Robot", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 26, no. 4, pp 253-258, 2016.

[4] Oh-shin Kwon, "Parameter Estimation of Recurrent Neural Networks Using A Unscented Kalman Filter Training Algorithm and Its Applications to Nonlinear Channel Equalization," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 15, no. 5, pp 552-559, 2005.

[5] Sang-hyun Choo and Hyun-soo Lee, "Learning and Propagation Framework of Bayesian Network using Meta-Heuristics and EM algorithm considering Dynamic Environments", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 26, no. 5, pp 335-342, 2016.

[6] Bernhard Scholkopf, Kah-Kay Sung, Chris Burgers and Federico Girosi, "Comparing support vector machines with gaussian kernels to radial basis function classifiers", *IEEE transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 11, pp 2758-2765, 1997.

- [7] Hyun-seung Son, Jin-bae Park and Young-hoon Joo, "SVM-based intelligent noise separating method for the maneuvering underwater target using the active sonar system", *Proceedings of KIIS Fall Conference*, vol. 22, no. 2, pp 23-24, 2012.
- [8] Jeong-hyun Park, Chan-sik Hwang and Keun-sung Bae, "Analysis of target classification performances of active sonar returns depending on parameter values of SVM kernel functions", *Journal of the Korea Institute of Information and Communication Engineering*, vol. 15, no. 5, pp 1083-1088, 2013.
- [9] Shin-ichi Amari and Si Wu, "Improving support vector machine classifiers by modifying kernel functions," *Neural Networks*, vol. 12, no. 6, pp 783-789, 1999.
- [10] Lotfi Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-1", *Information sciences*, vol. 8, no. 3, pp 199-249, 1975.
- [11] Dae-bok Kim and Sung-kwun Oh, "Design and analysis of interval type 2 fuzzy logic system", *Information and Control Symposium*, pp 155-156, 2008.
- [12] In-jae Kim and Sung-kwun Oh, "Design of nonlinear model by means of interval type-2 fuzzy logic system", *Proceedings of KIIS Fall Conference*, vol. 18, no. 1, pp 317-320, 2008.
- [13] In-jae Kim and Sung-kwun Oh, "Design of FCM based on interval type-2 fuzzy set", *Proceedings of KIIS Fall Conference*, vol. 19, no. 1, pp 222-225, 2009.
- [14] Corinna Cortes and Vladimir Vapnik, "Support- vector networks", *Machine Learning*, vol. 20, no. 3, pp. 273-297, 1995.
- [15] Bernhard Boser, Isabelle Guyon and Vladimir Vapnik, "A training algorithm for optimal margin classifiers", *Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory. ACM*, pp. 144-152, 1992.
- [16] Nilesh Kamik, Jerry Mendel and Qilian Liang, "Type-2 fuzzy logic systems", *IEEE transactions of Fuzzy Systems*, vol. 7, no.6, pp 643-658, 1999.
- [17] Nilesh Kamik and Jerry Mendel, "Centroid of a type-2 fuzzy set", *Information Sciences*, vol. 132, no. 1, pp 195-220, 2001.

### 저자 소개



#### 김진배(Jinbae Kim)

2017년 ~ 현재 : 국립 금오공과대학교  
산업공학과 박사과정

2016년 : 국립 금오공과대학교 산업공학과  
공학석사

2014년 : 국립 금오공과대학교 산업공학부  
공학사

관심분야 : Fuzzy Logic, Machine Learning, Nonlinear Control,  
Optimization

Phone : +82-54-478-7681

E-mail : dbk0508@kumoh.ac.kr



#### 이현수(Hyunsoo Lee)

2011년 ~ 현재 : 금오공과대학교 산업공학부  
부교수

2010년 : Texas A&M University  
산업시스템공학과 박사

2002년 : POSTECH 산업공학과 공학석사

관심분야 : Nonlinear Control and Optimization, Virtual  
Intelligence, Data Engineering

Phone : +82-54-478-7661

E-mail : hsl@kumoh.ac.kr